Subiectul III — integral

Matematica — M3_Tehnologic

Subiectul întreg, din toate modelele de examen ale categoriei de mai sus.

205 exerciții · din 205 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Programa-Comuna-2012_Subiect.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-4}{x^2+1}, & x\le 0\\ x-4, & x>0\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x_0=0$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{16-x^2}$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(-1,-2)$.

2. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Programa-Comuna-2012_Subiect.pdf

2. Se consideră funcțiile $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=3m^2x^2+6mx+9$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f_0.

5p **b)** Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Calculați $\int_1^2 \frac{f_2(x)-9}{x}\cdot e^x dx$.

3. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Speciala Programa · V07

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Programa-Comuna-2012_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\dfrac{f'(x)}{f(x)}=-\dfrac{x}{x+1}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că funcția f este descrescătoare pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{e^{2x}\cdot f^2(x)}{x}$.

4. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Speciala Programa · V07

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Programa-Comuna-2012_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2012}+x^{2011}+x^2+x$.

5p **a)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(0)=1$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1}dx$.

5p **c)** Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x^{2012}-x^{2011}$.

5. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)\cdot\ln x}{x^2-x-1}$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

6. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\cdot\sqrt{x+1}$.

5p **a)** Determinați primitivele funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{x+1}\cdot f(x)\,dx$.

5p **c)** Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $h:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $h(x)=e^{-x}\cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=2$ și $x=3$.

7. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V05.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=0$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(4,+\infty)$.
5p	**c)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

8. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V05.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=xe^x-e^x+2012$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_1^e f(\ln x)\,dx$.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

9. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.
5p	**a)** Verificați dacă $f'(x)=1+\ln x$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq-\frac{1}{e}$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

10. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^e x \cdot f\left(x^2\right) dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real $a>1$, pentru care $\int_1^a \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}$.

11. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=(x+1)e^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Verificaţi dacă $f''(x)+f(x)=2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.

12. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\displaystyle\int_4^5 xf(x)\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=4+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>5$, pentru care aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=5$ şi $x=a$, este egală cu $\ln 3$.

13. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^3$.
5p	**a)** Verificaţi dacă $f'(x)=3x^2+12x+12$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{x^2}$.

14. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$.

5p **a)** Verificați dacă funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}+x$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+\ln 2$.

15. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}-1$.
5p	**a)** Arătaţi că $2\sqrt{x}f'(x)=1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Verificaţi dacă dreapta de ecuaţie $y=\frac{1}{4}x$ este tangentă la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.

16. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+x+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculați aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=1$ şi $x=2$.

17. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $e^x\geq x+1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

18. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_1^2 \left(3-f(x)\right)dx$.

5p **b)** Determinaţi primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=3$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=xf(x)$.

19. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+7$.
5p	**a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=-3$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)}$.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 5$ pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

20. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+2x$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x+x^2+2014$.

5p **a)** Calculaţi $\int_1^2\left(f(x)-e^x\right)dx$.

5p **b)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 f(x)F(x)dx$.

21. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$.
5p	**b)** Arătaţi că $f'(x)=e^x+f(x)$ pentru orice număr real x.
5p	**c)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+1}{x}=0$.

22. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+2x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 3x^2dx=7$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1)=2014$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, $n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}dx=\frac{13}{2}$.

23. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$.
5p	**b)** Arătaţi că $f'(x)=2x-\dfrac{1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**c)** Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

24. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 x^2dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-1,+\infty)$.

25. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{4}$.
5p	**c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.

26. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 e^x\,dx=e-1$.

5p **b)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 F(x)\,dx$.

27. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
5p	**b)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{3(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

28. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x$.

5p **a)** Calculați $\int_{-1}^{1} x^5 dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^5\right)e^x dx=1$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\dfrac{f(x)-x}{x^3}$.

29. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x+2}$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinați ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

30. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2-x+1$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^1 \left(f(x)+1\right)dx$.

5p **b)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că $\int_0^n F(x)\,dx=\frac{n^3}{3}$.

31. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-2x^2+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că $0\le f(x)\le 1$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

32. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2015$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$, are aria egală cu $e(2e-1)$.

33. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-6x+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(2012)+f(2014)\le f(2013)+f(2015)$.

34. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)+4\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{f(x)+5}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+4}{x}dx=12$.

35. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3+3x^2+5$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=6x(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie a funcției f.

36. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+3x^2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 \left(f(x)-3x^2\right)dx=15$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2015$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, $n>1$, ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x^2}dx=9$.

37. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-12x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $-16\le f(x)\le 16$, pentru orice $x\in[-2,2]$.

38. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^4+3x^2+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-3x^2-1\right)dx=1$.

5p **b)** Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

39. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+2$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^2\left(f(x)+3x^2-2\right)dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1\left(f(x)-x^3+3x^2+x\right)e^x dx=2e-1$.

5p **c)** Demonstraţi că $\int_{1-a}^{1+a} f(x)dx=0$, pentru orice număr real a.

40. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+2$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^2 \left(f(x)+3x^2-2\right)dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-x^3+3x^2+x\right)e^x dx=2e-1$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_{1-a}^{1+a} f(x)dx=0$, pentru orice număr real a.

41. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x^2-x+1$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=3x^2+2x-1$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xf'(x)}{f(x)}=3$.
5p	**c)** Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta $y=4x+1$.

42. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x^3+2x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3+1\right)dx=3e^2+1$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $\mathbb{R}$.

43. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+7$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-11}{x-2}=12$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq 6$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

44. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-3x\right)dx=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^2\right)e^x dx=3$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{3f(x)}{x}$.

45. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^3+3x+2$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(1-x)(1+x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}=-9$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\leq 4$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

46. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-2\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{1}e^{x}f(x)\,dx=2e-1$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, știind că $\int_{0}^{a}f(x)dx=\int_{0}^{6-a}\left(f(x)-4\right)dx$.

47. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-9x^2+12x+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
5p	**c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

48. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)+2x\right)dx=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Calculați $\int_{0}^{1}e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.

5p **c)** Demonstrați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$ are aria egală cu $\frac{2}{3}$.

49. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1+\dfrac{1}{x-2}$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}=0$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că funcția f este convexă pe intervalul $(2,+\infty)$.

50. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\ln x$ și $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x\ln x$.

5p **a)** Calculaţi $\int_1^e \left(f(x)-\ln x\right)dx$.

5p **b)** Arătaţi că F este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că $\int_1^e f(x)\,F(x)\,dx=\frac{e^2}{2}$.

51. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2x^2+x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(x+1)(3x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{xf'(x)}=\dfrac{1}{3}$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq-\dfrac{4}{27}$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

52. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-x^2-1\right)dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2017$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=2$ are aria egală cu $n^2-\frac{7}{3}$.

53. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-6x+4$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=0$.
5p	**c)** Demonstrați că $0\le f(x)\le 8$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

54. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-5x\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+2017$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.

55. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+6x+2$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=3\left(x^2+2\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x+2}=3$.
5p	**c)** Demonstrați că $-5\le f(x)\le 9$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

56. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)+x\right)dx=1$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3-f(x)\right)e^x dx=1$.

5p **c)** Determinaţi aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=3$.

57. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+6x}{x-2}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că funcţia f **nu** are puncte de inflexiune.

58. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1\left(e^x+1\right)f(x)\,dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\frac{x}{f(x)}\,dx=\frac{3}{2}$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{e^x f(x)}$.

59. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^6-6x+10$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=0$.
5p	**b)** Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(0,9)+f(1,1)\geq 10$.

60. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx = e(e-1)$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1)=0$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x)\,f'(x)dx = \frac{1}{2}e^a$.

61. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x(x+2)}{\left(x^2+2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $1\le f(x)+f(y)\le 3$, pentru orice numere reale x și y.

62. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-6x^2+12x+5$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-x^3\right)dx=9$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este o funcție convexă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Arătați că $\int_2^4 \frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

63. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3x(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq -1$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

64. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-x, & x\in(-\infty,1]\\ 2+\frac{1}{x}\cdot\ln x, & x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1} f(x)dx=2$.

5p **b)** Arătați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n pentru care $\int_{0}^{2} f(x)dx=\frac{n^2-4+\ln^2 2}{2}$.

65. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

1.a)	$f'(x)=1\cdot e^x+(x-2)e^x=$	**3p**
	$=e^x(1+x-2)=(x-1)e^x,\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{e^{-x}}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{-e^{-x}}=0$	**2p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,1]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,2]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,2]$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(1)=-e$ și $f(2)=0$, deci $-e\le f(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,2]$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}(f(x)-1)dx=\int_{-1}^{1}3x^2dx=x^3\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=1-(-1)=2$	**2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a lui $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=3x^2+1,\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x)>0$, pentru orice număr real x, deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**3p**
c)	$\int_1^e f(x)\ln x\,dx=\int_1^e(3x^2+1)\ln x\,dx=(x^3+x)\ln x\Big\vert_1^e-\int_1^e(x^3+x)\cdot\dfrac{1}{x}dx=e^3+e-\int_1^e(x^2+1)dx=$	**3p**
	$=e^3+e-\left(\dfrac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_1^e=e^3+e-\left(\dfrac{e^3}{3}+e\right)+\left(\dfrac{1^3}{3}+1\right)=\dfrac{2e^3+4}{3}$	**2p**

66. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2,+\infty)$.

67. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Arătați că volumul corpului obţinut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{97\pi}{10}$.

5p **c)** Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, știind că $\int_1^m\left(f(x)-x^2\right)\ln x\,dx=\frac{1}{2}$.

68. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3+\dfrac{x-3}{e^x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{4-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este convexă pe $[5,+\infty)$.
5p	**c)** Demonstraţi că $x-3\le e^{x-4}$, pentru orice număr real x.

69. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x^2+4x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)dx=5$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=13+\ln a$.

70. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7x^3-5x^2+x+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(3x-1)(7x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xf'(x)}{f(x)}$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\leq\dfrac{52}{49}$, pentru orice $x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right]$.

71. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2+8x-2, & x\in(-\infty,0]\\ x-2, & x\in(0,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 f(x)dx=-\frac{1}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Demonstrați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=-1$ şi $x=0$ are aria egală cu $\frac{17}{3}$.

72. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^6+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{5\left(1-x^3\right)\left(1+x^3\right)}{\left(x^6+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$ situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor funcției f.

73. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=-\frac{1}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-2)e^x+2019$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 f^2(x)f'(x)dx$.

74. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+5$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[0,+\infty)$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\leq 7$, pentru orice $x\in(-\infty,1]$.

75. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{3x^2+6x+7}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=11$.

5p **b)** Calculați $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$ are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.

76. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2-12\right)+3$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)+6}{x-3}=15$.
5p	**c)** Demonstrați că $-13\le f(x)\le 19$, pentru orice $x\in[-2,2]$.

77. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^5-1\right)dx=0$.

5p **b)** Calculați $\int_{0}^{1}x^{2020}\left(f(x)-x-1\right)dx$.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}\left(f(x)-x^5\right)$ este egal cu $\pi\left(2\ln 2+\frac{3}{2}\right)$.

78. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)+\ln\left(x^2+1\right)<\dfrac{5}{2}$, pentru orice $x\in[0,1]$.

79. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx = e^2-1$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = 1-\ln 2$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx + \int_0^1 e^x \ln(x+1)\,dx = e\ln 2$.

80. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{x}(\ln x-1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}(\ln x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=\dfrac{1}{e}$ situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\sqrt{e}f(x)+4\geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

81. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5-5x+2020$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=5(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $(-\infty,0]$.
5p	**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=2025$ **nu** admite nicio soluție în intervalul $[-1,1]$.

82. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-x^3+2x^2+x-2}{x-1}=2$.
5p	**c)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=12x+2020$.

83. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

84. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5-5x^4+5x^3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=5x^2(x-3)(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-27\le f(x)\le 1$, pentru orice $x\in[0,3]$.

85. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2(x-1)e^x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=2xe^x$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x}$.
5p	**c)** Demonstrați că $xe^x\geq e^x-1$, pentru orice număr real x.

86. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^{2020}+1, & x\in(0,1] \\ \dfrac{x+1}{x}, & x\in(1,+\infty) \end{cases}$.
5p	**a)** Arătați că funcția f este continuă în $x_0=1$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f' este crescătoare pe $(1,+\infty)$.

87. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-2x^2-63$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{x^2-9}$.

88. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $x=3$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f' este crescătoare pe $(2,+\infty)$.

89. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\ln\dfrac{2}{3}\leq-\dfrac{5}{18}$.

90. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+(x-1)^2$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=3x^2+2x-2$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xf'(x)}{f(x)}=3$.

5p **c)** Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta $y=3x+1$.

91. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$.

92. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2-3\right)+3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-x^3}{x+1}=-3$.
5p	**c)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

93. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^3+3x+9$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(1-x)(1+x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-7}{x-2}=-9$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\le 11$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

94. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-5x+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{f(x)}=0$.
5p	**c)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

95. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^3-9x+5$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=9(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(2019)+f(2021)\le f(2020)+f(2022)$.

96. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-12x+11$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=12(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-4x^3}{x}$.
5p	**c)** Demonstrați că $3\le f(x)\le 19$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

97. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este concavă.

98. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+6x^2+5$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=12x(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)-4x^3}$.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie a funcției f.

99. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^4-4x^2-3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=8x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că $-5\le f(x)\le -3$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

100. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^2 f(x)\,dx$.
5p	**c)** Arătați că $\int_{-1}^0 e^x f(x)\,dx = \frac{5-3e}{e}$.

101. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe $[0,\pi]$.

5p **b)** Calculați $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2f(x)f'(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\,f(x)\,dx=1$.

102. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2+1\right)-2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x+2\right)dx=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^3+2\right)e^x\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real pozitiv m, ştiind că $\int_{1}^{2}f(x)dx=m^2+1$.

103. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(x^2+1\right)\left(f(x)-x^2\right)dx=1$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_{-1}^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, ştiind că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{n^2}{3}+\frac{\pi}{4}-1$.

104. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+x+2, & x\in(-\infty,0) \\ e^x+1, & x\in[0,+\infty) \end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 f(x)dx=e$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Calculați $\int_{-1}^1 xf(x)dx$.

105. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+2}{x+4}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+4)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_{-2}^0 f(x)\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că $\displaystyle\int_{-3}^a f'(x)f''(x)\,dx=2\left(\frac{1}{(a+4)^4}-1\right)$, pentru orice $a\in(-3,+\infty)$.

106. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_{e}^{e^2} \frac{g(x)}{xe^x}\,dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\int_{1}^{e} \left(f(x)+g(x)\right)dx = e^e$.

107. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Se consideră funcţiile $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$ și $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Demonstraţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>1$, pentru care $\displaystyle\int_1^a \frac{f(x)}{F(x)}\,dx=\ln\frac{8}{3}$.

108. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^e \frac{\sqrt{x^2+1}}{f(x)}dx=1$.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 f^2(x)dx$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^{2020} f(x)dx \le \int_0^a f(x)dx$, pentru orice $a\in[2020,+\infty)$.

109. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2020}-2020x+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)+2020x-1\right)dx=\frac{1}{2021}$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $[1,+\infty)$.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 \left(f(-x)-f(x)\right)e^x dx$.

110. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x^3+2x+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x-2\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3-3x-1\right)dx=-2$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

111. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-x^3-x^2\right)e^x dx = 3$.

5p **c)** Se consideră funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcției f pentru care $F(0)=1$. Demonstrați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{F^2(x)}dx = \frac{25}{37}$.

112. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4+x+e^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x-e^x\right)dx=\frac{2}{5}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{1}^{e}\left(f(x)-x^4-e^x\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{0}^{a}f(x)dx=\frac{5a^2+54}{10}+e^a$.

113. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\cdot\left(x^2+1\right)dx=0$.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(x^2+1\right)e^x f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\displaystyle\int_{0}^{a}\left(f(x)-f(-x)\right)dx=\ln(2a)$.

114. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x^2+x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2-x-1\right)dx=0$.

5p **b)** Arătaţi că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinaţi numerele reale a pentru care $\int_{1}^{2}\frac{f(x)}{x^2+1}\cdot e^x dx=(ae)^2-e$.

115. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 \left(f(x)+4\right)dx=9$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x)+5}dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>0$, pentru care $\int_{\frac{1}{a}}^{a} f\left(\frac{1}{x}\right)dx=-8$.

116. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=30$.

5p **b)** Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{5x^2+2020}{2}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\int_1^e\left(f(x)-5x\right)\ln x\,dx$.

117. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-2\right)dx=\frac{1}{4}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(2)=7$.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 e^x\left(f(x)-x^3+x^2\right)dx=3e-4$.

118. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^3+4x^2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-4x^2\right)dx=12$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(0)=2020$.

5p **c)** Determinaţi numărul real m, $m>1$, ştiind că $\int_1^m\frac{f(x)}{x^2}dx=\frac{17}{2}$.

119. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^4\left(f(x)+\sqrt{x}\right)dx=21$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2020$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)+\sqrt{x}\right)e^x dx=e(2e-1)$.

120. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{x^2+2x+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{-2(x+1)}{\left(x^2+2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați imaginea funcției f.

121. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+4}\,dx=\frac{5}{2}$.

5p **b)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1\left(f^2(x)-1\right)dx=2\ln\frac{5}{4}$.

5p **c)** Determinați $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva lui f pentru care $F(0)=0$.

122. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,1]$.

123. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\dfrac{x}{x^2+1}-\dfrac{2}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(x^2+1\right)f(x)\,dx=-\frac{1}{6}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcției f pentru care $F(0)=0$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=\ln\frac{5}{2}$.

124. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}\,dx=\frac{5}{2}$.

5p **b)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{17\pi}{12}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+1}\,dx=\frac{e^2+a}{4}$.

125. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}\,dx=\frac{5}{2}$.

5p **b)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{17\pi}{12}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+1}\,dx=\frac{e^2+a}{4}$.

126. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+x^4-2x+2$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=e^x+4x^3-2$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că funcţia f este convexă.

127. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)dx=4$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)\ln x\,dx=2\ln 2-\frac{3}{4}$.

5p **c)** Determinați cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\int_1^{\sqrt{2}}x^{n+1}f^n(x)dx\geq\frac{1}{2021}$.

128. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2-8\right)e^x$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=(x-2)(x+4)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)}{x-2}$.
5p	**c)** Demonstraţi că $x^2\geq 8-4e^{2-x}$, pentru orice număr real x.

129. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{3}{4}x^4-2x^3-1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3x^2(x-1)(x+2)$, pentru orice număr real x.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-2,1]$.

130. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-x-5\ln x+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(6x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+5\ln x}{xf'(x)}=\dfrac{1}{2}$.
5p	**c)** Demonstrați că $3x^2-x-2\geq\ln\left(x^5\right)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

131. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{4}{x+3}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x+5)}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $x^2+f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(-3,+\infty)$.

132. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^3-6x^2+18x-49$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=-6(x-1)(x+3)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Se consideră punctele $A(-2,f(-2))$ și $B(0,f(0))$. Arătați că tangentele la graficul funcției f în punctele A și B au pantele egale.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x-2$.

133. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2}{x^2-2x+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4(1-x)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=0$.

134. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)e^x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f'(x)}{e^x-e}$.
5p	**c)** Arătați că $(2-x)e^{x-1}\leq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

135. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}+4$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Arătați că funcția f este convexă.

136. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+7}{x+5}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3}{(x+5)^2}$, $x\in(-5,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=3x+5$.

137. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x^2}+\ln x-2$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2 f(x)}{x^3-1}=-1$.

138. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^4}{2}-2x^3+3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=2x^2(x-3)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^2e^x}$.
5p	**c)** Arătați că $f(x)\geq-\frac{21}{2}$, pentru orice număr real x.

139. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-\dfrac{x}{x+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.

140. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 f(x)(x+1)\,dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx=1+\ln\frac{9}{16}$.

5p **c)** Determinați numărul real $a>1$ astfel încât $\displaystyle\int_1^a f(x)f'(x)\,dx=\frac{1}{8}$.

141. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 \left(f(x)-x^3-3\right)e^x dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real a, $a>0$, știind că $\int_0^1 f(x)dx=-a^2+5$.

142. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x+2)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_{0}^{4}\left(f(x)-\frac{x^2}{x+2}\right)dx$.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $\displaystyle\int_{0}^{6}\left(x^2-9\right)f(x+1)\,dx=n^2$.

143. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2x-1)(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^5 \frac{f(x)}{x+1}dx=20$.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2}dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a\in\left[\frac{1}{2},2\right)$, știind că $\int_a^2 f'(x)\sqrt{f(x)}dx=18$.

144. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x-2$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3 \left(f(x)-\ln x\right)dx=0$.

5p **b)** Calculați $\int_1^e \left(f(x)-x+2\right)dx$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f este convexă.

145. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^2 xf(x)dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real a, $a>0$, știind că $\int_{-a}^{0} f(x)dx = a-\ln(a+1)$.

146. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^5+x^2-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2\right)dx=-2$.

5p **b)** Arătați că $\int_{2}^{4}\frac{f(x)-2x^5}{2x}dx=\frac{6-\ln 2}{2}$.

5p **c)** Calculați $\int_{0}^{1}x^4\left(f(x)-x^2\right)^2dx$.

147. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=4$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^3 \frac{f(x)}{x}\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)\cdot f(-x)\,dx=4(1-\ln 3)$.

148. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)+2\sqrt{x}\right)dx=8$.

5p **b)** Arătați că funcția f este o primitivă a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

5p **c)** Calculați $\int_1^2\dfrac{1}{f\left(x^2\right)}dx$.

149. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)dx=-\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \left(f(x)+1\right)\ln x dx=\frac{2e^3+1}{9}$.

5p **c)** Determinați numărul real, a, $a\in(0,+\infty)$, pentru care $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(f(\sin x)+f(\cos x)\right)\operatorname{tg} x dx=\ln a$.

150. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x)}\,dx$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,2)$ pentru care $\int_{-a}^{a} \frac{1}{x^2+2f(x)+2}\,dx=\frac{2}{3}$.

151. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+5}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^3 \left(x^2+1\right) f(x)\,dx = 24$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 \left(f(x)-1\right)dx$.

5p **c)** Arătați că orice primitivă F a funcției f este concavă pe $[0,+\infty)$.

152. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x}{3x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2}{(3x+1)^2}$, $x\in\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că funcția f este concavă.

153. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\ln x-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^4 \left(f(x)-\ln x+1\right)dx=21$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^4 \frac{x}{f(x)-\ln x}dx=\frac{1}{2}\ln 5$.

5p **c)** Determinați $a\in(1,+\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}dx=\frac{a-\ln a}{a}$.

154. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{4}{x}+\ln x-5$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-4}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Arătați că **nu** există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcției f.

155. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+3x^2+3$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x)-e^x-3\right)dx=7$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 x\left(f(x)-3x^2\right)dx=\frac{5}{2}$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,1)$, știind că $\int_0^a \frac{1}{f(x)-f'(x)}dx=\frac{1}{6}$.

156. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x-\dfrac{x^2}{2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=x\left(e^x-1\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x^2}=0$.
5p	**c)** Arătați că $f(x)\le f\left(x^2\right)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

157. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	2. Se consideră funcția $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{4x}{x+4}$.
5p	**a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 (x+4)f(x)\,dx=6$.
5p	**b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{x}\cdot f\left(x^2\right)dx=4\ln 2$.
5p	**c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

158. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2}+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\ln\dfrac{x}{3}\geq\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

159. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 2x\left(f(x)-1\right)dx=\frac{5}{3}$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 \left(f(x)-x\right)\cdot f(x)\,dx=\frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.

160. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^4+2$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6x^2(1-2x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+3x^4}{x^3+4}=2$.

5p **c)** Demonstrați că $-32\le 2x^3-3x^4\le\dfrac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.

161. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^3 \left(f(x)-3e^x\right)dx=5$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 x\left(f(x)-2x\right)dx=3$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $\int_0^1 \frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{1}{2}\right)$.

162. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-9x^2+3$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3x(x-6)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=\dfrac{2}{3}$.

163. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x}\,dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx=2-e$.

5p **c)** Determinați numărul natural n, $n>2$, pentru care $\int_2^n \frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}\,dx=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{8}$.

164. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=10x^2\left(x^2+2x-3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.

165. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+\dfrac{2}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-6x\right)dx=2\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a\left(e^2-1\right)}{2}$.

166. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{e^x}=0$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

167. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,3]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\pi\left(\frac{91}{3}+\ln 4\right)$.

168. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1+\frac{8}{x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2(x^2-4)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(1-x)\geq f(1+x)$, pentru orice $x\in(0,1)$.

169. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+4x+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 \left(f(x)-4x\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-3x^2-2\right)e^x dx=4$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_{-1}^{0} a\cdot f'(x)\cdot\left(f(x)\right)^{a-1}dx=63$.

170. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+4+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\leq\dfrac{11}{4}-\ln 2$, pentru orice $x\in(0,1]$.

171. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcția $f:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\frac{6}{2x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{6}{2x+3}\right)dx=e\left(e^2-1\right)$.

5p **b)** Arătați că $\int_{-1}^0\left(f(x)-e^x\right)dx=3\ln 3$.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(2x^2+3x\right)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $2(e+1)$.

172. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2\left(e^x-1\right)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați numerele reale m și n, știind că dreapta d de ecuație $y=mx+n$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f.

173. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+3x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x)-3x\right)dx=15$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^5 \frac{1}{f(x)-4x^3+3}dx=\frac{1}{3}\ln 2$.

5p **c)** Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu $2\pi f(3)$.

174. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+6x^2-15x+9$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3\left(x^2+4x-5\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.

175. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-9,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{8x}{x+9}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 (x+9)\cdot f(x)\,dx=4$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^6 \frac{1}{8x}\cdot f(x)\,dx=\ln\frac{3}{2}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_0^3 f\left(x^2\right)dx=6(4+a\pi)$.

176. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3x-4}{x-4}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{8}{(x-4)^2}$, $x\in(4,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția $g:(4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)$ este crescătoare.

177. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+(x+3)^2$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2\left(f(x)-(x+3)^2\right)dx=2$.

5p **b)** Arătați că $\int_{-2}^{0}\frac{1}{f(x)-x}dx=\frac{2}{3}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^6\frac{f(x)}{x+3}dx=3(a-\ln 3)$.

178. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^4 \left(f(x)-\ln x\right)dx=6$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)-x}{x}dx=\frac{1}{2}$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x)dx=2+3\ln n$.

179. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

---

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^4 \left(f(x)-\ln x\right)dx=6$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)-x}{x}dx=\frac{1}{2}$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x)dx=2+3\ln n$.

180. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.
5p	**c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

181. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2+1\right)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\left(x^2-2x+3\right)e^x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=2$ are aria egală cu $3\left(e^2-1\right)$.

182. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

183. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1}\,dx = e-1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx = e$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{2xf\left(x^2\right)}{x^2+1}\,dx = e\left(e^3-1\right)$.

184. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(1-x)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

185. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \left(x^2+x+1\right) f(x)\,dx = 2$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 3$.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x\left(x^2+x+1\right)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $e+1$.

186. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{5x-2}{x-1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

187. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-3\right)dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=3e-1$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+3)}dx=\ln\frac{a}{2}$.

188. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{4x+7}{x+4}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{9}{(x+4)^2}$, $x\in(-4,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați $a\in(-4,+\infty)$, știind că panta tangentei la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este egală cu 1.

189. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\sqrt{x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\sqrt{x+3}\right)dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^6\frac{1}{f(x)-2x}dx=2$.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[0,6]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $9\pi\ln 3$.

190. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{4x+7}{x+4}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{9}{(x+4)^2}$, $x\in(-4,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați $a\in(-4,+\infty)$, știind că panta tangentei la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este egală cu 1.

191. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\sqrt{x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\sqrt{x+3}\right)dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^6\frac{1}{f(x)-2x}dx=2$.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[0,6]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $9\pi\ln 3$.

192. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{e^x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-e^{x-1}\le x-2\le e^{x-3}$, pentru orice $x\in[1,4]$.

193. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**c)** Determinați $a \in (0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4}dx = \frac{1}{4}$.

194. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+4x+5}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{-2(x+2)}{(x^2+4x+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-1)\cdot f(x)=1$.
5p	**c)** Demonstrați că $5f(x)+f(-x)\leq 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

195. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^2+2x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-2x\right)dx=\frac{8}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^2 \frac{1}{f(x)-5x^2}dx=\frac{\ln 5}{2}$.

5p **c)** Determinați primitiva $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-2x}{\sqrt{x}}$, pentru care $G(1)=5$.

196. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x^2-24x+21$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(x-2)(x+4)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-f(x)}{x^2-x}=18$.
5p	**c)** Demonstrați că $-28\le x^3+3x^2-24x\le 80$, pentru orice $x\in[-4,3]$.

197. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)+4\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{1}^{4}\frac{1}{\sqrt{f(x)}}dx=\frac{6}{5}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_{1}^{e}\frac{f(ax)}{x}\cdot\ln x\,dx=8$.

198. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Vara Iunie · V07

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{x}-1+3\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3(x-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.
5p	**c)** Demonstrați că $\ln x\geq 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

199. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Vara Iunie · V07

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V07.pdf

5p	**c)** Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

200. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+6}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(x+3)(2-x)}{\left(x^2+6\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\cdot f(x)\right)=2$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=a$, situat pe graficul funcției f, are panta egală cu 0.

201. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_5^{12} \frac{1}{2x} \cdot f(x)\,dx = 4$.
5p	**c)** Se consideră $a \in (0,+\infty)$ și funcția $g:[a,a+8] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{4\sqrt{x}}$. Determinați $a \in (0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox este egal cu $4\pi(2-\ln 2)$.

202. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-5}{x+3}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.

203. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \left(a-\frac{1}{f(x)}\right)dx=\frac{4}{e}$.

204. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2-1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=12x(x+1)(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $3x^4+5\geq 4x^3+12x^2$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

205. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1+xe^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^4 \left(f(x)-xe^x\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-x-1\right)dx=1$.

5p **c)** Se consideră funcția $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox este egal cu $\dfrac{\pi(e+1)}{e+2}$.